

Formulaciones de la ley de Okun y resultados para España

Mayo 2004

Ana Belmonte
y
Clemente Polo*

* Ana Belmonte es profesora asociada de la Universidad Pompeu Fabra y Clemente Polo profesor de la Universidad Autónoma de Barcelona. Ambos agradecen los detallados comentarios y sugerencias de V. Montuenga a una versión previa y la financiación institucional del Programa Nacional de Promoción del Conocimiento, proyectos BEC2000-0163 y SEC2003-06697.

Resumen

La ley de Okun figura en la mayoría de los libros de texto de Macroeconomía intermedia y Blinder, 1997, la considera uno de los pilares de la Macroeconomía práctica. Desde la aportación pionera de Okun en 1962, diversas formulaciones de ley han sido estimadas por numerosos autores empleando, generalmente, series trimestrales de EE.UU. y otros países de la OCDE. En este artículo, tras exponer las tres formulaciones iniciales de la ley, presentamos los desarrollos más significativos acaecidos en las dos últimas décadas que han puesto de manifiesto la necesidad de flexibilizar las especificaciones originales y de emplear técnicas econométricas más sofisticadas. En relación con España, se han estimado en los últimos años varias especificaciones de la ley empleando diferentes técnicas econométricas. Virén, 2001 y Riera, 2001 han estimado un modelo de corrección de error con datos anuales; Schnabel, 2002, una simple relación entre las variaciones de la tasa de paro y la tasa de crecimiento económico aplicando MCO a datos anuales; y, Leal Pérez y Rodríguez, 2002 y Pérez, Rodríguez y Usabiaga, 2002, una relación con retardos entre los componentes cíclicos de la producción y los desempleados con datos trimestrales un tanto peculiares. Tras analizar en detalle estas aportaciones, presentamos en el último apartado nuevas estimaciones de las tres formulaciones básicas de la ley con series trimestrales de producción en bases 86 y 95. Nuestros resultados sitúan el coeficiente de Okun entre 0,7 y 1,0, esto es, entre 1,5 y 2 veces el valor más aceptado para los EE.UU..

1. Introducción

La ley de Okun indica cómo varía la tasa de paro en función de la tasa de crecimiento de la producción o, a la inversa, cómo varía la tasa de crecimiento de la producción cuando varía la tasa de desempleo. Desde las primeras estimaciones presentadas a comienzos de los años 60, la estabilidad e intensidad de esta relación empírica ha sido objeto de numerosos estudios utilizando datos de numerosos países, generalmente desarrollados. Y aunque ese debate sigue vivo, la mayoría de los economistas la consideran, pese a su naturaleza a-teórica, una de las regularidades empíricas más sólidas, como prueba su inclusión en la mayoría de los libros de texto de Macroeconomía intermedia.¹

En su intento por cuantificar la pérdida de producción atribuible al mantenimiento de tasas de paro elevadas, Arthur M. Okun, presentó en 1962 las primeras estimaciones de la hoy denominada en su honor “ley de Okun”. Los resultados obtenidos indicaban que un aumento de 1 punto en la tasa de desempleo en los EE.UU. acarrea una pérdida de producción cifrada en torno a 3 puntos porcentuales. Lógicamente, la publicación de esta conclusión tuvo una enorme repercusión, puesto que, además de poner en cuarentena la arraigada idea de que la productividad marginal del trabajo es decreciente, el imponente coste atribuido al desempleo llevaba inexorablemente a la conclusión de que la única política de estabilización razonable era mantener la tasa de paro en el entorno del 4 por ciento.

La existencia de una relación estable entre la tasa de crecimiento de la producción y la tasa de paro tiene un interés indudable, incluso si el resultado no se utiliza para estimar el nivel de producción potencial de una economía. Algunas formulaciones de la ley permiten predecir la tasa de crecimiento de la producción a partir de previsiones sobre la evolución de la tasa de paro o, a la inversa, estimar el impacto de alteraciones en la tasa de crecimiento de la producción sobre las tasas de ocupación y paro. Otras formulaciones permiten calcular la brecha productiva asociada con desviaciones de la tasa de paro de la tasa natural y cuantificar, por tanto, el coste del desempleo.

Prueba de ese interés son las numerosas estimaciones realizadas de la ley de Okun empleando datos de EE.UU.², diversos países de la OCDE,³ e incluso datos regionales de los EE.UU. y las provincias de Canadá.⁴ La revisión selectiva de las aportaciones de las dos últimas décadas que hacemos en la sección 3 pone de manifiesto cómo las especificaciones de la ley se han ido

¹ Véase, por ejemplo, Blanchard, 2000, De Long, 2003, Mankiw, 2001, y Abel y Bernanke, 2004.

² Perry, 1970 y 1971, Friedman y Watcher, 1974, Gordon, 1984, Blanchard y Quah, 1989, Evans, 1989, Prachowny, 1993, Palley, 1993, Weber, 1995 y Attfield y Silverstone, 1997.

³ Knoester, 1986, Paddam, 1987, Kaufman, 1988, Hamada y Kurosaka, 1989, Moosa, 1997, Apel y Jansson, 1999a y 1999b, Lee 2000, Attfield y Silverstone, 1998, Harris y Silverstone, 2001, Freeman, 2001, Virén, 2001, Mayes y Virén, 2002, Schnabel, 2002, y Harris y Silverstone, 2002.

⁴ Blackley, 1991 y Freeman, 2000, Adanu, 2002.

flexibilizando para incorporar otras variables, modular la intensidad de la respuesta al horizonte temporal, incorporar asimetrías, etc. Asimismo, muestra cómo se han ido incorporando nuevos contrastes y técnicas econométricas en aras a estimar con más fiabilidad los parámetros de interés.

En el caso de España, hay varios trabajos recientes que presentan estimaciones de la Ley de Okun. Por una parte, Riera, 2001, Virén, 2001 y Mayes y Virén, 2002, emplean datos anuales de producción y paro de España y estiman un modelo de corrección de error, asimétrico en el caso de Virén. Por otra parte, Leal, Pérez y Rodríguez, 2002, y Pérez, Rodríguez y Usabiaga, 2002, emplean datos trimestrales de España y Andalucía para estimar modelos asimétricos de la formulación en brecha de la ley y una especificación VAR. Por último, Schnabel, 2002, presenta una estimación con datos anuales del modelo en diferencias con variables ficticias. Las peculiaridades de estos trabajos y la variedad de resultados obtenidos justifica plenamente esta investigación que va a utilizar dos conjuntos de series trimestrales de la producción, varias especificaciones de la ley y diversas técnicas de estimación.

En este artículo, tras examinar la aportación pionera de Okun en la sección 2, presentamos en la sección 3 los desarrollos más significativos registrados en las últimas décadas. La sección 4 analiza las estimaciones realizadas hasta el momento para España por otros investigadores y presenta algunos de los resultados obtenidos por los autores en el marco de una investigación todavía en curso. El artículo concluye con una breve recapitulación de los resultados y exposición de las líneas de investigación que los autores piensan seguir en el futuro inmediato.

2. La ley de Okun según Okun

Okun, 1962, estimó la pérdida de producción achacable a un aumento de la tasa de paro empleando tres especificaciones alternativas con las que obtuvo resultados bastante similares. A continuación, las exponemos en detalle por tres razones: primera, son la base de prácticamente todas las reformulaciones empleadas hasta hoy; segunda, presentan diferencias conceptuales notables que no han sido, en nuestra opinión, suficientemente subrayadas; y, tercera, estas diferencias apuntan la posibilidad de que los coeficientes pudieran no ser estables.

2.1. Ley de Okun I

En primer lugar, Okun estimó una relación entre las variaciones de la tasa de paro en dos períodos consecutivos y la tasa de crecimiento de la producción⁵

$$u_t - u_{t-1} = \beta_0 - \beta_Y g_t^Y, \quad \beta_0, \beta_Y > 0, \quad (2.1a)$$

⁵ Mankiw, 2001, págs 46-7, utiliza la formulación inversa: la tasa de crecimiento de la producción es la suma de una constante menos el producto de otra constante por la variación de la tasa de paro.

donde u_t y g_t^Y son las tasas de paro y crecimiento de la producción, respectivamente. Aplicando MCO a las observaciones trimestrales del período 1947:2-1960:4, Okun obtuvo $\hat{\beta}_0 = 0,3$ y $\hat{\beta}_Y = 0,3$, valores que le llevaron a la sorprendente conclusión de que la producción perdida por cada punto adicional de paro era nada más y nada menos que el 3,33% $(1 \div \hat{\beta}_Y)$. Si (2.1a) representa correctamente la relación entre las variables, la tasa de crecimiento \bar{g}^Y que mantiene inalterada la tasa de paro es β_0 / β_Y . Sustituyendo β_0 en (2.1a) obtenemos que la variación de la tasa de paro ⁶

$$u_t - u_{t-1} = -\beta_Y (g_t^Y - \bar{g}^Y), \quad (2.1b)$$

es proporcional al diferencial entre las tasas de crecimiento de la producción observada y la requerida para mantener la tasa de paro constante.

Obsérvese que hasta ahora nada se ha dicho acerca de la producción potencial o de su tasa de crecimiento.⁷ Sin embargo, si suponemos como Okun, que la tasa de paro de pleno empleo, u_t^p , es constante, (2.1b) implica que la producción potencial crece a la tasa, $g^{Yp} = \bar{g}^Y$. Aunque la tasa g^{Yp} no es observable, es posible, en este caso, estimarla a partir de los valores de β_0 y β_Y , siempre que estos valores sean efectivamente constantes.⁸ En todo caso, hay que subrayar que la ecuación (2.1a) puede estimarse sin necesidad de haber calculado previamente la tasa de paro de pleno empleo o la producción potencial, ni suponer que aquélla es constante o que ésta crece a una tasa constante.

2.2. Ley de Okun II

En segundo lugar, Okun relacionó la tasa de paro con la brecha relativa existente entre las producciones potencial, Y_t^p , y observada, Y_t ⁹

$$u_t = \lambda_0 + \lambda_y \frac{Y_t^p - Y_t}{Y_t^p}, \quad \lambda_0, \lambda_y > 0. \quad (2.2a)$$

⁶ Esta es la formulación utilizada por Blanchard, 2000, págs. 170-171.

⁷ Okun define producción potencial como la producción máxima que puede obtenerse con estabilidad de precios. A comienzos de los 60, existía un acuerdo casi unánime entre los economistas de que la producción potencial se alcanzaba cuando la tasa de paro se situaba en el entorno del 4%.

⁸ De Long, 2003, págs. 49-51, utiliza explícitamente la noción de tasa de crecimiento de la producción potencial.

⁹ Okun denominó “percentage gap” a la variable independiente en (2.2a), la brecha relativa entre las producciones potencial y observada.

Evidentemente, para estimar los parámetros de esta especificación es preciso elaborar previamente medidas de la brecha. Para ello, Okun supuso que las producciones potencial y observada coincidían cuando la tasa de paro observada estaba cerca del 4%, y que la producción potencial crecía a una tasa constante.¹⁰ Con la tasa de crecimiento potencial finalmente elegida, $g^{Y^p} = 3,5\%$, Okun obtuvo $\hat{\lambda}_0 = 3,72$ y $\hat{\lambda}_y = 0,36$.

Si la ecuación (2.2a) representa correctamente la relación entre las tres variables, la tasa de paro de pleno empleo, u_t^p , es constante e igual a λ_0 . Sustituyendo en (2.2a) obtenemos que la desviación de la tasa de desempleo respecto a su valor de pleno empleo es una proporción de la brecha relativa¹¹

$$u_t - u^p = \lambda_y \frac{Y_t^p - Y_t}{Y_t^p}. \quad (2.2a')$$

Con los valores estimados de los parámetros, esta interpretación proporciona una tasa de paro de pleno empleo del 3,72% y achaca a cada punto de desviación de la tasa de paro respecto de la tasa de paro de pleno empleo una brecha relativa del 2,78% ($1 \div \hat{\lambda}_y$), cifra algo inferior al 3,33% de producción perdida calculado en el apartado anterior.

Por otra parte, (2.2a) implica que la variación de la tasa de paro entre dos períodos consecutivos es

$$u_t - u_{t-1} = -\frac{\lambda_y}{1 + g^{Y^p}} \left(\frac{Y_{t-1}}{Y_{t-1}^p} \right) (g_t^Y - g^{Y^p}), \quad (2.2b)$$

una expresión similar a (2.1b), si bien en este caso el factor de proporcionalidad no es constante, incluso si la tasa de crecimiento de la producción potencial lo fuera.

2.3. Ley de Okun III

Por último, Okun postuló que la tasa de ocupación¹² observada, e_t , relativa a la potencial o de pleno empleo, e_t^p , es una función del cociente entre la producción y la producción potencial

¹⁰ Okun eligió la producción del trimestre 1955:2 para anclar la producción potencial y elaboró medidas alternativas de la brecha entre 1953:1 y 1960:4 empleando varias tasas de crecimiento de la producción potencial.

¹¹ Abel y Bernanke, 2004, págs. 109-110 emplean esta expresión e interpretan u^p como la tasa de paro natural resultante del paro friccional y estructural.

¹² La tasa de ocupación es el cociente entre ocupados y activos.

$$\frac{e_t}{e_t^p} = \left(\frac{Y_t}{Y_t^p} \right)^{\sigma_Y}, \quad (2.3a)$$

donde σ_Y es un parámetro que mide la elasticidad del empleo respecto a la producción. Si e_t^p es constante y la producción potencial crece a una tasa igualmente constante, g^{Y^p} , obtenemos

$$e_t = \frac{e^p Y_t^{\sigma_Y}}{(Y_0^p)^{\sigma_Y} (1 + g^{Y^p})^{\sigma_Y t}},$$

y tomando logaritmos

$$\ln e_t = \gamma - (\sigma_Y g^{Y^p}) \cdot t + \sigma_Y \ln Y_t \quad (2.3b)$$

donde γ es igual a $\ln(e^p / (Y_0^p)^{\sigma_Y})$. Al estimar (2.3b) con varias submuestras del período 1947:2-1960:4, Okun obtuvo valores de la elasticidad de la tasa de ocupación respecto a la producción, σ_Y comprendidos entre 0,35 y 0,40 y tasas de crecimiento del producto potencial, g^{Y^p} entre 4,5 y 3,5, siendo 3,9 el valor obtenido con toda la muestra. Una expresión alternativa a (2.3b) se obtiene al aproximar $\ln e_t$ por $-u_t$

$$u_t \approx -\gamma - \sigma_Y \ln Y_t + (\sigma_Y g^{Y^p}) \cdot t \quad (2.3c)$$

de la que obtenemos finalmente una ecuación similar a (2.1b)

$$u_t - u_{t-1} \approx -\sigma_Y (g_t^Y - g^{Y^p}).$$

Para el intervalo (0,35, 0,40) de valores estimados de σ_Y , la producción ha de crecer entre el 2,86 y el 2,50 por ciento por debajo de la potencial para que la tasa de paro aumente 1 punto.¹³

Obsérvese que para obtener (2.3b), hemos supuesto que la tasa de crecimiento de la producción potencial y la tasa de ocupación de pleno empleo son constantes; en otro caso, ni γ , ni $\sigma_Y g^{Y^p}$, serían constantes. Nótese también que la aproximación $-u_t \approx \ln(1 - u_t)$ empleada para obtener (2.3c) es aceptable para valores pequeños de u_t .

A pesar de las diferencias conceptuales existentes entre las tres formulaciones, la similitud de los valores estimados de los coeficientes, $\hat{\beta}_Y = 0,3$, $\lambda_Y = 0,36$ y $-\sigma_Y = (0,35, 0,40)$, llevó a Okun a sintetizar su aportación en una ecuación que relaciona la producción potencial con la producción observada y la tasa de paro

¹³ Este intervalo incluye 2,75%, la magnitud de la brecha obtenida en el apartado anterior.

$$Y_t^p = Y_t [1 + 0.032(u_t - 4)],$$

que podemos escribir también como

$$u_t - 4 = \frac{1}{3,2} \left(\frac{Y_t^p}{Y_t} - 1 \right) \cdot 100.$$

Como ya hemos indicado, los resultados de Okun tuvieron un gran impacto en los Estados Unidos donde las estimaciones oficiales del producto potencial y del superávit presupuestario asociado con aquél, se convirtieron en indicadores esenciales a la hora de graduar la intensidad de las políticas de estabilización. Además, se pudo comprobar cómo las políticas de estímulo adoptadas a comienzos de los años 60 reducían la tasa de paro a su nivel de pleno empleo mediada la década.

3. La ley en las dos últimas décadas

Okun era consciente de que las ecuaciones (2.1a)-(2.3a) eran representaciones muy simples –formas reducidas, podríamos decir- de las complejas interacciones de los agentes económicos en los mercados de bienes y factores. Y Okun mismo racionalizó el elevado coste productivo de un aumento de la tasa de paro invocando los cambios inducidos en la población activa, la jornada laboral y la productividad del trabajo. Resultaba evidente, en primer lugar, la necesidad de flexibilizar la respuesta de las variables laborales, empleo o paro, a cambios en la producción, incluso si existía una relación a largo plazo entre ambas. En segundo lugar, Engle y Granger, 1987, demostraron la necesidad de analizar cuidadosamente las series empleadas para evitar sacar conclusiones espurias. Finalmente, la simplicidad de las especificaciones de la ley podía invalidar los resultados obtenidos en caso de omisión de variables relevantes. En los apartados siguientes, sintetizamos las aportaciones más relevantes de las dos últimas décadas que han sido empleadas para obtener nuevas estimaciones del “coeficiente” de Okun, o, más exactamente de los coeficientes de reacción β_y , λ_y y σ_Y , o de sus inversos.

3.1. Especificaciones dinámicas

Gordon, 1984, analizó la influencia de variaciones de la producción sobre las variables de la siguiente descomposición multiplicativa de la producción

$$Y \equiv \frac{E}{A} \frac{Y^{na}}{h^{na} N^{na}} \frac{A}{N} N \frac{Y}{Y^{na}} \frac{E^{na}}{E} \equiv e \cdot p \cdot a \cdot N \cdot y^{na} \cdot e^{na},$$

donde E y A son empleados y activos, respectivamente, Y^{na} , h^{na} y E^{na} la producción, la jornada media y el empleo no agrícolas y N la población en edad de trabajar. Empleando los valores

previamente estimados de la senda natural, u^* , Gordon estimó una senda tendencial para cada una de las seis variables, e^* , p^* , etc., haciéndola pasar por los valores observados e , p , etc. en el trimestre, al final de cada expansión, en que la tasa de paro superaba la tasa de paro tendencial.

Una vez expresadas las variables en relación con su tendencia, Gordon estimó una ecuación autoregresiva con retardos (ADL) para captar el carácter parsimonioso del ajuste del empleo y la inercia de la serie. En el caso de la tasa de ocupación, la ecuación estimada

$$\ln\left(\frac{e_t}{e_t^*}\right) = \varphi_0 + \sum_{p=0}^8 \sigma_{yp} \ln \frac{Y_{t-p}}{Y_{t-p}^*} + \sum_{s=1}^4 \varphi_{es} \ln \frac{e_{t-s}}{e_{t-s}^*} + \varepsilon_t, \quad (3.1)$$

es una versión dinámica de la formulación Okun III, donde los valores de pleno empleo han sido sustituidos por los tendenciales. Empleando datos del período, 1951:1-1979:3, Gordon estimó en 0,232 la respuesta del empleo a la producción a corto y en 0,492 la elasticidad a largo plazo,¹⁴ lo que supone que la producción se desvía el 2,03% ($1 \div 0,492$) respecto a la potencial por cada punto que se desvía la tasa de paro de su tendencial. Esta magnitud es claramente inferior al intervalo (2,50-2,86) acotado por Okun.

Modelos univariantes ADL y VAR fueron empleados posteriormente para estimar las distintas formulaciones de la ley examinadas en la sección 2. Palley, 1993, estimó relaciones dinámicas de las versiones Okun I y Okun III, empleando una especificación muy general de retardos y admitiendo la posibilidad de coeficientes distintos en las fases expansivas y recesivas del ciclo. Los resultados para todo el período (1948:3-1991:1) proporcionan un coeficiente de Okun de 4,35 en las expansiones y de 1,64 en las recesiones. La evidencia indicaba también que ambos coeficientes (y su diferencia) eran sustancialmente mayores en el período anterior a 1974:1.

Weber, 1995, estimó también una especificación dinámica de la ley Okun II con 2 y 4 retardos. Las brechas de la tasa de paro y la producción se obtuvieron identificando el componente tendencial de cada serie con las predicciones obtenidas al estimar las ecuaciones a largo plazo de la tasa de paro y la producción. Los resultados para el período 1948:1-1988:4, apuntan a un valor del coeficiente de Okun a largo plazo de 3,85. Un contraste de Chow permite rechazar también la constancia de los coeficientes estimados en los dos períodos separados por 1973:3 en la especificación con 2 retardos.

¹⁴ Estos resultados se obtuvieron reestimando el modelo una vez eliminados los cuatro últimos retardos de la producción al no poder rechazar la hipótesis conjunta de que su suma era 0. El coeficiente a corto plazo es

$$\sigma_{y0} \text{ y el de largo plazo } \sum_{p=0}^4 \sigma_{yp} \div \left(1 - \sum_{s=1}^4 \varphi_{es}\right).$$

Una alternativa a la estimación uniecuacional ADL es la estimación de modelos VAR. Evans, 1989, tras realizar meticulosos contrastes de raíz unitaria y causalidad tipo Granger, estimó un modelo bivalente con las tasas de crecimiento económico y la tasa de desempleo de los EE.UU para el período 1951:1-1985:4. Los contrastes de causalidad realizados pusieron de manifiesto la presencia de efectos de retroalimentación entre las dos variables y el análisis de los residuos la existencia de causalidad instantánea. En cuanto a los efectos de una innovación unitaria en la tasa de desempleo sobre el nivel de producción a largo plazo, Evans obtuvo un valor de 1,96, similar al efecto a largo plazo estimado por Gordon.

Weber, 1995, estimó el coeficiente de Okun por otras dos vías, en adición a la ya mencionada. Primera, estimando el coeficiente de la producción en la ecuación a largo plazo de la tasa de paro y la producción. Esta estrategia es adecuada si las series están cointegradas o, lo que es lo mismo, si se puede rechazar la hipótesis nula de que los residuos de la ecuación a largo tienen una raíz unitaria.¹⁵ El valor estimado del coeficiente de Okun en este caso es ligeramente inferior a 3 para el conjunto de la muestra y los contrastes realizados indican que no es constante en los dos períodos delimitados por 1973:3.

La segunda vía adapta un procedimiento empleado por Blanchard, 1989. El coeficiente de Okun es el valor del parámetro estimado al hacer una regresión de los residuos de la ecuación brecha de la tasa desempleo sobre los residuos de la ecuación brecha de la producción en un modelo VAR. Los resultados apuntan en este caso a un valor incluso más alto, en torno a 4,5, al tiempo que se vuelve a rechazar la hipótesis de que se ha mantenido constante.

Más recientemente, Lee, 2000, ha estimado para 16 países de la OCDE las formulaciones Okun I y Okun II, empleando en este segundo caso tres métodos para calcular las variables tendenciales y definir las brechas.¹⁶ Los resultados obtenidos al estimar las ecuaciones (2.1a) y (2.2a')¹⁷ con datos anuales del período 1955-96 y los tres filtros, muestran una gran variación entre países pero escasa variabilidad en cada país a la especificación (Okun I-Okun II) y filtro empleados. En cuanto a la estabilidad, Lee rechaza la hipótesis de constancia y obtiene coeficientes más

¹⁵ Engle y Granger, 1987, muestran que dos variables I(1) están cointegradas si el término de error de la relación a largo plazo es I(0).

¹⁶ Las alternativas empleadas para las series I(1) fueron el filtro de Hodrick-Prescott, la descomposición de Beveridge y Nelson (filtro BN) y una descomposición endógena que incorpora la curva de Phillips. En este caso, la producción potencial (tasa natural de paro) es la que mantiene estable la inflación en ausencia de perturbaciones de oferta. (Lee, 2000, pág. 336).

¹⁷ En ambos casos, Lee emplea como variable dependiente la producción. Por ejemplo, en lugar de (1.1b), estima

$$\ln Y_t - \ln Y_{t-1} = -\beta_0 - \frac{1}{\beta_Y} (u_t - u_{t-1}).$$

pequeños en los últimos años de la muestra. En el caso de Estados Unidos, los valores del coeficiente de Okun están entre 1,84 y 2,09 para el conjunto del período, cifras que refuerzan los resultados de Gordon y Evans.

3.2. Relación entre producción y tasa de paro

Friedman y Watcher, 1974, ya señalaron que la esencia de la ley de Okun consistía en eliminar de la función de producción todas las variables excepto la tasa de paro y la tendencia temporal, procedimiento justificable si éstas variables eran a su vez funciones de la tasa de paro y la tendencia. Veinte años más tarde, Prachowny, 1993, argumentó que el elevado coeficiente obtenido por Okun y Gordon era la mera consecuencia de haber omitido algunas variables relevantes. Suponiendo que tanto los valores observados como los tendenciales satisfacen la función

$$Y_t = (K_t C_t)^{\alpha_k} (E_t^\eta h_t^\phi)^{\alpha_l} e^{\omega t}$$

donde K es el capital disponible, C la capacidad utilizada, h la jornada laboral media, α_k y α_l las elasticidades de la producción respecto al capital y a las horas trabajadas, respectivamente, y ω la tasa de crecimiento del progreso tecnológico, y teniendo en cuenta que

$$E \equiv \frac{E}{A} A \equiv eA \equiv (1-u)A,$$

se obtiene inmediatamente la ecuación

$$\ln \frac{Y}{Y^*} = \alpha_k \ln \frac{K}{K^*} + \alpha_k \ln \frac{C}{C^*} + \alpha_e \eta \ln \frac{e}{e^*} + \alpha_e \eta \ln \frac{A}{A^*} + \alpha_e \phi \ln \frac{h}{h^*} + (\omega - \omega^*)t$$

donde las variables con asterisco denotan los valores tendenciales. Suponiendo con Prachowny que $K = K^*$ y $\omega = \omega^*$, obtenemos

$$\ln \frac{Y}{Y^*} = \alpha_k \ln \frac{C}{C^*} + \alpha_e \eta \ln \frac{e}{e^*} + \alpha_e \eta \ln \frac{A}{A^*} + \alpha_e \phi \ln \frac{h}{h^*} \quad (3.2a)$$

o aproximadamente

$$\ln \frac{Y}{Y^*} \approx \alpha_k \ln \frac{C}{C^*} - \alpha_e \eta (u - u^*) + \alpha_e \eta \ln \frac{A}{A^*} + \alpha_e \phi \ln \frac{h}{h^*}, \quad (3.2b)$$

que es la ecuación finalmente estimada por Prachowny. Obsérvese también que reordenando (3.2a), llegamos a una expresión

$$\ln \frac{e}{e^*} = \frac{1}{\alpha_e \eta} \ln \frac{Y}{Y^*} - \frac{\alpha_k}{\alpha_l \eta} \ln \frac{C}{C^*} + \ln \frac{A}{A^*} - \frac{\phi}{\eta} \ln \frac{h}{h^*}$$

en la que aparecen tres variables no incluidas en las ecuaciones (2.3b) y (3.1) estimadas por Okun y Gordon, respectivamente. En presencia de rendimientos constantes a escala, (3.2b) implica un valor

del coeficiente de la capacidad utilizada en torno a 1/3 y coeficientes iguales para la tasa de desempleo y activos; si, además, suponemos con Prachowny que η y ϕ toman valores cercanos a 1, los coeficientes de las tres últimas variables deberían estar cercanos a 2/3.

Para estimar (3.2b), Prachowny utilizó las series de producción y tasas de paro de Gordon (1967:2-1986.2), y las de Adams y Coe, 1989 (1975:1-1988:4). En cuanto a la capacidad de utilización, obtuvo una media ponderada de las cifras disponibles para algunos sectores (minería, manufacturas y electricidad) y su valor medio, imputado a los restantes sectores, principalmente servicios. Por último, las series tendenciales de capacidad y jornada media son las predicciones de una regresión de los valores observados contra una tendencia y una tendencia cuadrática.¹⁸

Al no poder rechazar la hipótesis de presencia de raíces unitarias en todas las variables, Prachowny estimó la siguiente ecuación con las series de Gordon¹⁹

$$\Delta \ln \frac{Y}{Y^*} = -0,619 \Delta (u - u^*) + 0,950 \Delta \ln \frac{C}{C^*} - 0,045 \Delta \ln \frac{A}{A^*} + 0,677 \Delta \ln \frac{h}{h^*} .$$

(1,65) (2,73) (0,19) (2,09)

Dos fueron los resultados destacados por Prachowny: primero, el valor del coeficiente de Okun, 0,619, era mucho más pequeño que el estimado por Okun (2,86) y Gordon (2,02); y, segundo, el rechazo de la hipótesis conjunta de que los coeficientes de las tres últimas variables eran iguales a 0 restaba validez a los resultados de ambos autores que habrían omitido variables relevantes. Era, sin duda, una conclusión un tanto precipitada, puesto que los valores estimados de otros parámetros no eran congruentes con el modelo empleado. En el caso del coeficiente de la capacidad empleada, el valor estimado (0,95) era 3 veces mayor a la participación de las rentas del capital (1/3);²⁰ y el coeficiente estimado de la variable activos (-0,045) era negativo e insignificante, muy inferior al valor esperado (2/3) y distinto del coeficiente de la jornada media (0,677).

Attfield y Silverstone, 1997, empleando las series de Gordon y los datos de capacidad y jornada de Prachowny, estimaron un coeficiente de Okun igual a 2, incluso cuando se omiten una, dos, o incluso las tres variables “relevantes” en la relación de cointegración.²¹ ¿Cómo explicar resultados tan dispares? En primer lugar, Attfield y Silverstone, como Prachowny, contrastan la existencia de raíces unitarias en las variables empleadas y llegan a prácticamente las mismas conclusiones. Ahora bien, una vez aceptada la hipótesis de que las series son I(1), Attfield y Silverstone proceden a contrastar la hipótesis nula de no cointegración, rechazándola tanto cuando

¹⁸ Por ejemplo, $C_t^* = \phi_0 + \phi_1 t + \phi_2 t^2$ donde ϕ son los valores estimados por MCO.

¹⁹ Valores estimados con los datos de Gordon. Entre paréntesis se ha incluido el valor de los estadísticos t .

²⁰ Prachowny achacó la discrepancia a la deficiente información disponible sobre capacidad utilizada.

²¹ No obstante, se rechaza la hipótesis conjunta de que los tres coeficientes son iguales a 0.

se incluyen todas las variables como cuando sólo se incluye una²² y estiman el vector de cointegración, es decir, la relación en niveles, en tanto que Prachowny estima en diferencias la relación (3.2b) e interpreta el coeficiente de la variación de la tasa de paro como el coeficiente de Okun. De todos modos, los resultados de Attfield Silverstone indican que sí podría haber un efecto de la capacidad utilizada o de los activos en la relación a largo plazo, aunque resulte imposible decidir cuál de las dos variables es la relevante debido a su alta colinealidad.²³

3.3. ¿Es lineal la ley de Okun?

Palley, 1993, como ya se ha indicado, fue uno de los primeros autores que estimó un modelo asimétrico en el que se incluían variables ficticias para diferenciar la reacción de la tasa de desempleo a la tasa de crecimiento de la producción en función de que ésta sea positiva $g_t^Y \geq g^{Yp}$, o negativa, $g_t^Y < g^{Yp}$. Los resultados obtenidos indican que la reducción de la tasa de paro en los períodos de crecimiento (0,23) es muy inferior al aumento que registra en las recesiones (0,61). Además, la asimetría es mayor en el período posterior a 1974. Sin embargo, los resultados de Lee, 2000, para los países de la OCDE no son claros, ni siquiera para los EE.UU., donde además el efecto de variaciones o brechas positivas de la producción reduce más el desempleo cuando son positivas que lo aumenta cuando son negativas.

En los últimos años, Harris y Silverstone, 2001, Virén, 2001 y Mayes y Virén, 2002, han analizado esta cuestión empleando MCE.²⁴ Harris y Silverstone, 2001, proponen una alternativa para captar la posible asimetría de la ley de Okun imponiéndola en los residuos de la relación de largo plazo. El supuesto de partida es que hay como máximo una relación a largo plazo entre desempleo y producción

$$\ln U_t = \beta_0 + \beta_y \ln Y_t + \beta_t t + \varepsilon_t. \quad (3.4)$$

Si las dos variables son I(1) y ε_t es I(0), Engle y Granger, 1987, demuestran que las dos variables están cointegradas. En el procedimiento habitual, primero, se contrasta la hipótesis nula de no cointegración $H_0 : \rho = 0$ estimando por MCO la ecuación

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \rho \hat{\varepsilon}_{t-1} + \xi_t \quad (3.5a)$$

²² La evidencia de cointegración es débil o inexistente para las series de Adams y Coe, por lo que Attfield y Silverstone se abstienen de sacar conclusiones sobre la magnitud y estabilidad de los coeficientes estimados.

²³ Attfield y Silverstone, 1998, han estimado también un modelo para el Reino Unido y rechazado que las variables no están cointegradas.

²⁴ Puesto que Virén presenta estimaciones para España analizamos su contribución en el apartado 4.1.

donde ε_t son los residuos de (3.4); y, en caso de rechazo, se estima el modelo de corrección de error (MCE) asociado con la relación a largo plazo

$$A(L)\Delta \ln U_t = B(L)\Delta \ln Y_{t-1} - \phi \cdot \varepsilon_{t-1} + v_t, \quad (3.6)$$

donde $A(L)$ y $B(L)$ son polinomios de retardos y ϕ el coeficiente del término de corrección de error ε_{t-1} . La variante asimétrica de Harris y Silvestone consiste en estimar la ecuación

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_1 I_t \varepsilon_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \zeta_t \quad (3.5b)$$

donde

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{si } \varepsilon_{t-1} \geq \pi \\ 0 & \text{si } \varepsilon_{t-1} < \pi \end{cases}$$

y π un umbral desconocido.²⁵

Los resultados obtenidos para seis países de la OCDE (Alemania, Australia, Estados Unidos, Japón, Nueva Zelanda y Reino Unido) en los años 1978-99 confirman que las series son I(1) y se rechaza la hipótesis de no cointegración en todos los casos a excepción de Canadá. Además, se rechaza la hipótesis de igualdad de coeficientes $\rho_1 = \rho_2$ y se observa que, cuando la asimetría es importante, los contrastes con el modelo simétrico impiden detectar la existencia de una relación a largo plazo.

En cuanto a los resultados cuantitativos, los valores estimados del coeficiente de Okun a largo plazo varían considerablemente entre el mínimo de Japón (0,091) y los máximos de EE.UU (0,444) y Alemania (0,501). En cuanto a los resultados obtenidos con el MCE, hay que destacar que cuando la producción está por encima de su relación a largo plazo, $\varepsilon_{t-1} > 0$, se reduce el desempleo con velocidades de ajuste variables: Japón lo hace con rapidez eliminando el 35,7% del desequilibrio en un trimestre, mientras que el Reino Unido sólo elimina el 6,7%.; dicho de otros modo, a la economía japonesa le cuesta 8,5 meses volver al equilibrio y al Reino Unido 3,75 años-. En cambio, para valores mayoritariamente negativos de ε_{t-1} el ajuste es significativo sólo para Australia, Japón y el Reino Unido y el signo es contrario al esperado.

El repaso que acabamos de hacer de las estimaciones de la ley de Okun en las últimas décadas ha puesto de manifiesto cómo se han ido incorporando metodologías novedosas -contrastos de estabilidad, raíz unitaria y cointegración, modelos VAR, modelos de corrección error, etc. – para

²⁵ Enders y Granger (1998) y Enders y Siklos (2001) analizan estos modelos conocidos por el acrónimo inglés TAR (Threshold Autoregressive). En primer lugar, se estima la ecuación (3.4), incluyendo variables ficticias para algunos países, y se ordenan los residuos de menor a mayor; a continuación, se eliminan el 15% en los dos extremos (mayores y menores) y se selecciona entre los restantes el que minimiza la suma de cuadrados de los residuos

estimar con mayor fiabilidad formulaciones más flexibles, esto es, especificaciones que permiten graduar la respuesta en función del horizonte temporal (corto y largo plazo), el momento cíclico (aceleración y desaceleración) o el origen de las innovaciones (producción y demanda).

En cuanto a la magnitud y estabilidad del coeficiente de Okun, se observa una considerable disparidad entre países y una ruptura estructural en torno a 1973-74. En el caso de los Estados Unidos, sin duda el más analizado, los resultados de Gordon, Evans, Attfield y Silverstone, Lee y Harris y Silverstone apuntan a un valor medio a largo plazo de 0,5, siendo su inverso una cifra más cercana a 2 que a 3, si bien Palley, en las fases de crecimiento, y Weber obtienen valores superiores a 3. La evidencia a favor de la asimetría es mucho menos clara como acabamos de ver.

4. Estimaciones de la ley de Okun para España

En el primer apartado analizamos algunas estimaciones recientes de la ley de Okun para España que, en nuestra opinión, son insatisfactorias y presentamos nuestros resultados obtenidos para las tres formulaciones de la ley analizadas en la sección 2.

4.1. Estimaciones recientes

Virén, 2001, estima también un modelo de corrección de error no lineal para varios países de la OCDE, España entre ellos, con datos anuales del período 1960-1997. La relación a largo plazo explica el número de desempleados, U_t , en función de una tendencia, una tendencia cuadrática y la población en edad de trabajar, N_t

$$\ln U_t = \beta_0 + \beta_{t1}t + \beta_{t2}t^2 + \beta_n \ln N_t + \varepsilon_t. \quad (4.1)$$

El MCE estimado es asimétrico en el sentido de Palley, 1993, y Lee, 2000, y diferencia la respuesta del desempleo a la producción a corto plazo según que la tasa de crecimiento $\Delta \ln Y_t^-$ ($\Delta \ln Y_t^+$) corresponda a un período en que la variable umbral z toma valores inferiores (iguales o superiores) a un valor umbral \bar{z} .²⁶

Los valores estimados del término de corrección de error y demás parámetros cuando la variable umbral es la desviación del desempleo respecto a su valor a largo plazo ($\ln U - \ln U^*$) son los siguientes para España:

²⁶ Véase, Granger y Teräsvita (1993). Las variables umbrales empleadas son: $\ln Y - \ln Y^*$, $\ln U - \ln U^*$, $\Delta \ln Y$ y $\Delta \ln U$, siendo $\ln Y^*$ la producción tendencial obtenida con el filtro de H-P y $\ln U^*$ las predicciones de la ecuación a largo plazo (4.1). El valor umbral seleccionado para cada una de ellas puede diferir de 0.

$$\Delta \ln U_t = -0,115 - 0,524\hat{\varepsilon}_{t-1} + 27,246\Delta \ln N_t - 2,932\Delta \ln Y_t^- + 0,092\Delta \ln Y_t^+ .$$

(3,00) (7,27) (7,95) (8,09) (0,17)

Estos resultados indican que la corrección de los desajustes se completa aproximadamente en dos años y que los efectos a corto plazo son claramente distintos en los períodos en que las desviaciones del desempleo son inferiores o superiores al umbral seleccionado.²⁷

Una peculiaridad de este modelo, destacada por Harris y Silverstone, 2002, es la ausencia de la producción en la relación (4.1) que determina el desempleo a largo plazo. Asimismo, resulta sorprendente que la autora ni siquiera mencione si se realizaron contrastes de raíz unitaria de las series empleadas, o si se contrastó la hipótesis de no cointegración al estimar la relación a largo plazo postulada. Finalmente, hay que apuntar que si bien la brecha del número de desempleados se calcula como diferencia entre valores observados y las predicciones de la ecuación a largo plazo, las brechas de la producción se definen empleando el filtro de H-P.

Riera, 2001, ha estimado también un MCE para España con datos anuales del INE y la OCDE para el período 1964-1996.²⁸ Tras contrastar la presencia de raíces unitarias en las series de producción y tasas de paro y actividad, estima una relación de cointegración entre las tres variables y una tendencia temporal.²⁹ Aunque no se presenta una tabla con los resultados de los contrastes de raíces unitarias sobre los residuos, Riera concluye que las variables podrían estar cointegradas y utiliza el contraste de Johansen para rechazar la hipótesis de no cointegración en favor de la existencia de un vector de cointegración (1, 2,038, 43,26, -0,1930). Por último, Riera presenta los resultados de estimar el MCE³⁰

$$\Delta \ln Y_t = 168,928 - 0,536\Delta u_t + 0,348\Delta \ln Y_{t-1} + 2,244\Delta a_t - 1,124\hat{\varepsilon}_{t-1},$$

(59,373) (0,171) (0,133) (0,689) (0,390)

²⁷ A efectos de comparación incluimos la ecuación estimada para Estados Unidos:

$$\Delta \ln U_t = 0,060 - 0,082\hat{\varepsilon}_{t-1} + 10,749\Delta \ln N_t - 6,526\Delta \ln Y_t^- - 4,739\Delta \ln Y_t^+ .$$

(1,65) (0,93) (4,13) (11,03) (5,58)

En este caso, los coeficientes son mayores y significativos, pero el término de corrección de error no lo es.

²⁸ Al replicar con los datos que amablemente nos proporcionó la autora la primera relación a corto plazo que aparece en el artículo

$$\Delta \ln Y_t = 1,9478 - 0,4671\Delta u_t + 0,5080\Delta \ln Y_{t-1} + 1,5515\Delta a_t .$$

(0,591) - (0,220) (0,157) (0,7872)

detectamos que esa estimación se corresponde con el período 1968-97, no a 1965-96 como se indica en el texto, y que el coeficiente de la variación de la tasa de paro es 0,5080, no el 0,05080 publicado. Inexplicablemente, Riera no utilizó todas las observaciones disponibles entre 1964 y 1997.

²⁹ La ecuación derivada por Prachowny muestra que la variable relevante es la desviación de los activos respecto a su tendencia, no la variación de la tasa de actividad.

³⁰ Los valores en paréntesis son la desviación estándar.

indicando que la tasa de crecimiento de la producción se reduce 0,536 puntos por cada punto que aumenta la tasa de paro.³¹ Resulta sorprendente que en dicha ecuación estimada el término de corrección de error sea superior a 1, esto es, que tenga un carácter explosivo.

En todo caso, Riera atribuye la diferencia entre los valores estimados a corto y largo plazo a la falta de flexibilidad de las empresas para modificar las plantillas a corto (“labor hoarding”), una explicación difícil de aceptar, puesto que si las empresas no ajustan sus plantillas a corto, el efecto sobre la producción de variaciones en la tasa de paro debería ser mayor a corto. Riera argumenta también que el hecho de que los coeficientes de Okun estimados por ella sean inferiores a los obtenidos para otros países se debe a la falta de flexibilidad del mercado laboral español. Pero lo cierto es que el efecto del paro sobre la tasa de crecimiento a largo (2,038) es muy similar al estimado por numerosos autores para EE.UU. y al que aparece en la mayoría de los libros de texto.

Leal, Pérez y Rodríguez, 2002, realizan un análisis comparativo de los ciclos en España y Andalucía en el período 1985:1– 2000:4. La ecuación más compleja estimada es una variante de (2.2a’), la ley de Okun II

$$\ln U_t - \ln U_t^* = -\lambda_y^+ (\ln Y_t - \ln Y_t^*)^+ - \lambda_y^- (\ln Y_t - \ln Y_t^*)^- + \sum_{s=1}^S \varphi_s (\ln U_{t-s} - \ln U_{t-s}^*),$$

donde U_t es el número de desempleados y λ_y^+ y λ_y^- son las respuestas a variaciones de la producción cuando el componente cíclico de la producción es positivo y negativo, respectivamente. La producción se ha aproximado por las series de VAB en base 1986, trimestralizadas por los autores,³² y del Índice de Producción Industrial (IPI). Ambas series se han desestacionalizado con el procedimiento TRAMO-SEATS de Maravall y Gómez, 1998, en tanto que los componentes cíclicos se han obtenido mediante el filtro de H-P.

El Cuadro 4.1 muestra tanto los coeficientes del modelo simétrico ($\lambda_y^+ = \lambda_y^-$) como del asimétrico. En primer lugar, hay que destacar los valores tan dispares estimados con las series de VAB y el IPI, mucho más pequeños en el último caso. En segundo lugar, los efectos de desviaciones de la producción sobre la tasa de paro son considerablemente mayores en España que en Andalucía. Los autores avanzan la sugerencia de que la contracción de la población activa podría ser más intensa en Andalucía por el efecto desánimo y el mayor peso de la economía sumergida. Finalmente, los valores estimados muestran la existencia de respuestas más intensas del desempleo

³¹ Más tarde, al valorar los resultados en su conjunto, Riera se refiere a “las *elasticidades* (subrayado nuestro) de la producción respecto a la tasa de paro a corto (0,5355) y largo plazo (2,038)”, aunque suponemos que se trata de un error.

³² Los autores se refieren a series “construidas sobre la base de los datos del IAE y las interpolaciones propuestas por Trujillo *et al.* (2000).”

en Andalucía cuando el componente cíclico de la producción es positivo que cuando es negativo; y este efecto también se observa en España cuando se emplea la serie de VAB. Esta asimetría es opuesta a la encontrada por Palley para los EE.UU., aunque la evidencia aportada por Weber y Harris y Silverstone no es concluyente como vimos en el apartado 3.3.

Cuadro 4.1

Valores estimados de λ_y : Leal *et al.*, 2002
(1985:1-2000:4)

	Modelo simétrico		Modelo asimétrico	
	España	Andalucía	España	Andalucía
IPI	0,37 (0,13)	0,22 (0,05)	λ_y^+ 0,37 (0,17)	λ_y^+ 0,29 (0,08)
			λ_y^- 0,38 (0,16)	λ_y^- 0,15 (0,06)
VAB	1,38 (0,35)	0,95 (0,40)	λ_y^+ 1,82 (0,40)	λ_y^+ 1,15 (0,44)
			λ_y^- 1,37 (0,39)	λ_y^- 0,74 (0,50)

Pérez, López y Usabiaga (2002), estiman un modelo VAR asimétrico para España y Andalucía empleando en este caso únicamente las series del IPI y parados de Leal *et al.* Los valores estimados de los coeficientes de reacción, λ_{yp}^+ y λ_{yp}^- de la ecuación

$$\ln U_t - \ln U_t^* = - \sum_{p=0}^2 \lambda_{yp}^+ (\ln Y_{t-p} - \ln Y_{t-p}^*)^+ - \sum_{p=0}^2 \lambda_{yp}^- (\ln Y_{t-p} - \ln Y_{t-p}^*)^- + \sum_{s=1}^2 \varphi_s (\ln U_{t-s} - \ln U_{t-s}^*)$$

aparecen en el Cuadro 4.2.

Según los autores, los resultados ponen de manifiesto que en Andalucía el coeficiente más importante es el contemporáneo, mientras que en España lo son los coeficientes de los dos primeros retardos. Asimismo, encuentran confirmada su hipótesis de reacción asimétrica, más potente de nuevo cuando el componente cíclico de la producción es positivo en casi todos los casos. De todos modos, el aspecto más llamativo del cuadro anterior es la imprecisión con que se estiman los coeficientes de las variables.

Cuadro 4.2
Coefficientes estimados: Pérez *et al.*, 2002
(1984:1-2000.4. IPI)

	Modelo simétrico		Modelo asimétrico		
	España	Andalucía	España	Andalucía	
λ_{y0}	0,13 (0,13)	0,17 (0,06)	λ_{y0}^+	-0,11 (0,22)	0,20 (0,10)
			λ_{y0}^-	0,34 (0,20)	0,13 (0,09)
λ_{y1}	0,33 (0,14)	0,09 (0,07)	λ_{y1}^+	0,56 (0,22)	0,26 (0,12)
			λ_{y1}^-	0,11 (0,22)	-0,004 (0,101)
λ_{y2}	0,31 (0,15)	0,11 (0,08)	λ_{y2}^+	0,42 (0,24)	0,25 (0,12)
			λ_{y2}^-	0,26 (0,21)	0,09 (0,10)

Schnabel (2002) estima una versión tipo Okun I de la ley para una muestra de 11 países de la OCDE, España incluido. La ecuación estimada es

$$\Delta u_t = \beta_0 + \beta_{0i} \cdot D_i - \beta_Y \Delta \log Y_t - \beta_{Yi} D_i \Delta \log Y_t,$$

donde D_i es una variable ficticia que toma valores positivos para los subperíodos entre picos cíclicos. La inclusión de estas variables ficticias se justifica por la omisión de variables relevantes destacada por Prachowny. Como ya indicamos en la sección 2, esta ecuación puede emplearse para calcular la tasa de crecimiento (tendencial) que es la que mantiene constante la tasa de paro y las desviaciones de la producción observada respecto a la producción tendencial. Naturalmente, la inclusión de estas variables ficticias afecta a la estimación de la tasa de crecimiento tendencial en cada ciclo.

La ecuación básica estimada para España con datos anuales del período 1965-2000

$$\Delta u_t = 1,78 - 0,42\Delta y_t \quad (R^2=0,37; DW=0,63)$$

proporciona un coeficiente de Okun de 0,42 y la estimación que incluye variables ficticias

$$\Delta u_t = \beta_0 + \beta_{0i} \cdot D_i - 0,61\Delta y_t - 0,34\Delta y_{t-1} \quad (R^2=0,76; DW=1,71)$$

un coeficiente a corto de 0,61 y a largo de 0,94. Las constantes estimadas en cada subperíodo son: 5,92 (1965-74), 3,01 (1975-79), 3,11 (1980-91) y 2,13 (1992-2000) y permiten estimar tasas de crecimiento tendencial similares a las observadas en los ciclos (1965-74) y (1992-2000) y muy

superiores a las observadas en los ciclos 1975-79 y 1980-91,³³ Por último, la estimación con datos trimestrales del último ciclo (1992:2-2001:2)

$$\Delta u_t = 0,62 - 0,36\Delta y_t - 0,35\Delta y_{t-1} - 0,39\Delta y_{t-2} \quad (R^2=0,76; DW=1,24)$$

proporciona un coeficiente a corto de 0,36 y a largo plazo de 1,1. El problema que plantea esa permisividad es que no se sabe a qué se deben esos cambios. Aunque el único objetivo de Schnabel es estimar la tasa de crecimiento de la producción tendencial, sorprende sobremanera su nula preocupación por analizar las series empleadas o contrastar la existencia de una relación a largo plazo.

En conjunto, los resultados de las estimaciones para España resultan poco satisfactorios por varios motivos. Primero, la mayoría de los autores emplea series anuales que se remontan a 1965 a pesar de que, por ejemplo, no hay series enlazadas de las variables laborales. Segundo, las relaciones de largo plazo estimadas por Virén y Riera son peculiares, la primera porque no incluye la producción y la segunda por la inclusión de la tasa de actividad. Tercera, las estimaciones de Leal *et al.* y Pérez *et al.* con series trimestrales del IPI y VAB no dejan de ser ejercicios sólo justificables por el deseo de comparar los resultados de España y Andalucía. Cuarta, las estimaciones de Virén, Schnabel y Leal *et al.* y Pérez *et al.* prestan escasa atención a analizar las series empleadas. Finalmente, los coeficientes estimados son muy distintos.

4.2. Nuevos resultados para España

En esta sección presentamos nuevas estimaciones de la ley de Okun para España. Las cifras de producción son las series trimestrales del PIB en bases 1986 y 1995, ambas elaboradas y enlazadas por el Instituto Nacional de Estadística (INE). Las series de paro y ocupación proceden de la Encuesta de Población Activa (EPA) realizada también por el INE y comprenden el período 1976:3-1998:4 en base 1986 y 1980.1-2001:4 en base 1995. Todas ellas se han desestacionalizado mediante el procedimiento X11. Los resultados se agrupan en tres apartados en correspondencia con las tres formulaciones de Okun examinadas en la sección 2. En los tres casos, se realizan los contrastes pertinentes de estacionariedad y causalidad y se estiman las ecuaciones de respuesta que integran la información a corto y largo plazo.

³³ Estos malos resultados le llevan a estimar la ecuación

$$\Delta u - \Delta \bar{u}_i = \beta_0 + \beta_{0i} \cdot D_i - 0,60\Delta y_t - 0,33\Delta y_{t-1}$$

donde $\Delta \bar{u}_i$ es la variación media de la tasa de paro en el subperíodo i .

4.2.1. Ley de Okun I

La generalización obvia de la ecuación (2.1a) es

$$\Delta u_t = \beta_0 + \sum_{p=1}^P \beta_{up} \Delta u_{t-p} + \sum_{q=0}^Q \beta_{yq} \Delta \ln Y_{t-q} + \varepsilon_t \quad (4.2)$$

Antes de estimar dicha ecuación, se realizan contrastes ADF de las dos series y sus diferencias tanto en bases 1986 como 1995. Como es habitual, comenzamos incluyendo constante y tendencia, además de un número de retardos para eliminar la autocorrelación de los residuos en la ecuación estimada y maximizar el criterio de información de Akaike.³⁴ Los resultados del contraste ADF que se presentan en el Cuadro 4.3 permiten concluir que las series son I(1).

Cuadro 4.3

Ley de Okun I: contrastes de raíz unitaria

Variable	Tipo de modelo / retardos	Estadístico ADF	Valores críticos (5%)
Base 1986			
u_t	con constante / 2	-2,56	-2,90
Δu_t	sin constante ni tendencia / 1	-2,32	-1,94
$\ln Y_t$	con constante y tendencia / 3	-2,84	-3,46
$\Delta \ln Y_t$	con constante / 4	-3,27	-2,90
Base 1995			
u_t	con constante / 2	-2,56	-2,90
Δu_t	sin constante ni tendencia / 1	-2,32	-1,94
$\ln Y_t$	con constante y tendencia / 5	-2,74	-3,46
$\Delta \ln Y_t$	con constante / 4	-2,94	-2,90

En segundo lugar, se presentan en el Cuadro 4.4 los resultados del contraste de causalidad en el sentido de Granger. En base 86, se puede rechazar la hipótesis de que la tasa de crecimiento de la

³⁴ Los contrastes de Dickey-Fuller (DF) indican la presencia de autocorrelación en los residuos por lo que se incluyen retardos de las variables analizadas y se efectúa el contraste ampliado ADF. (Dickey y Fuller, 1976, 1981.) estimando la ecuación

$$\Delta x_t = \alpha_0 + \alpha_t t + \alpha_x x_{t-1} + \alpha_{xj} \sum_{j=1}^p \Delta x_{t-j} + v_t$$

para las dos variables y sus diferencias. La hipótesis nula a contrastar es $H_0 : \alpha_x = 0$ frente a la alternativa $H_0 : \alpha_x < 0$, aceptando que son integradas de orden uno, I(1) en caso de no rechazo.

producción no causa la tasa de paro a un nivel de significatividad del 1%, pero no podemos rechazar la hipótesis contraria a un nivel de significatividad del 6%. Los resultados en base 95 indican que se puede rechazar la hipótesis de no causalidad en ambos sentidos y apuntan a la conveniencia de emplear un modelo VAR.

Cuadro 4.4

Ley de Okun I: contraste causalidad de Granger

	Estadístico F Base 1986	Probabilidad	Estadístico F Base 1995	Probabilidad
Δu_t no causa $\Delta \ln Y_t$	2,85	0,06	8,52	0,00
$\Delta \ln Y_t$ no causa Δu_t	5,21	0.01	4,15	0,02

Una vez realizados estos contrastes, hemos estimado la ecuación básica (2.2a) y obtenido unos resultados de dudoso valor por la elevada autocorrelación que presentan los residuos.

Base 86	Base 95
$u_t - u_{t-1} = 0,62 - 0,80\Delta \ln Y_t$ <p style="text-align: center;">(10,25) (-9,84)</p>	$u_t - u_{t-1} = 0,15 - 0,18\Delta \ln Y_t$ <p style="text-align: center;">(2,28) (-3,26)</p>
AR ² =0,52, F=96,74(0,00), DW=1,04	AR ² =0,10, F=10,66(0,00), DW=0,76

Por ello, hemos estimado, en primer lugar, la ecuación (4.2) obteniendo un coeficiente de Okun a corto plazo de $-0,35$ ($-0,31$) y a largo plazo de $-0,72$ ($-0,86$) en base 86 (base 95). Los valores estimados a largo plazo con las dos bases están, por tanto, próximos y son del mismo orden de magnitud que el obtenido con la ecuación básica en base 1986.

Una alternativa a la especificación ADL es, como hemos visto, el MCE. Puesto que las dos series son I(1), podrían estar cointegradas. Suponemos la existencia de la siguiente relación a largo plazo

$$u_t = \beta_0 + \beta_t t + \beta_d D + \beta_{dt} D \cdot t + \beta_y \ln Y_t + \varepsilon_t \quad (4.3)$$

donde D es una variable ficticia que toma el valor 1 para las observaciones comprendidas entre 1976:3 y 1985:2, -siendo éste último el trimestre en que la tasa de paro alcanza su valor máximo- y 0 para las restantes observaciones. (4.3) explica la evolución de la tasa de paro en función de una constante y tendencia, ambas con una ruptura en el trimestre indicado, y la producción. Los resultados de la estimación aparecen en el primer panel del Cuadro 4.5. El contraste ADF, en la

última línea, permite rechazar la hipótesis nula de no cointegración, y el valor estimado del coeficiente de la producción es 0,76 (0,95) en base 86 (95), muy similar a los ya estimados.

Cuadro 4.5
Estimación Ley de Okun I

	Base 1986	Base 1995
Relación de largo plazo		
Constante	6,85 (16,31)	17,33 (13,60)
t	0,005 (16,51)	0,006 (12,01)
D	-0,10 (-14,33)	-0,08 (-9,11)
$D \cdot t$	0,002 (9,08)	0,002 (3,75)
$\ln Y_t$	-0,76 (-15,89)	-0,95 (-13,42)
	AR ² = 0,97 DW = 0,17	AR ² = 0,81 DW = 0,43
Contraste ADF de $\hat{\varepsilon}$	-2,38 (-1,94)	-1,81 (-1,94)
Modelo MCE		
Constante	0,23 (3,35)	0,20 (2,92)
$\Delta \ln Y_t$	-0,32 (-3,63)	-0,09 (-2,30)
$\Delta \ln Y_{t-1}$		-0,10 (-2,41)
$\Delta \ln Y_{t-2}$		-0,10 (-2,67)
Δu_{t-1}	0,41 (4,01)	0,49 (4,59)
Δu_{t-2}	0,26 (2,72)	0,19 (1,92)
$\hat{\varepsilon}_{t-1}$	-0,08 (-2,53)	-0,04 (-1,53)
	AR ² =0,72 DW=2,05	AR ² =0,70, DW=1,97
Contrastes		
χ^2 normalidad (Jarque-Bera)	1,32 (0,52)	3,34 (0,19)
Autocorrelación serial Breusch-Grodfrey (hasta orden 4)	1,01 (0,41)	0,61 (0,66)
Heteroscedasticidad condicional autoregresiva (hasta orden 4)	0,21 (0,93)	0,20 (0,94)
Heteroscedasticidad de White	0,30 (0,97)	0,43 (0,95)
Ramsey	0,07 (0,79)	0,56 (0,46)

Nota: para los coeficientes estimados se presentan los estadísticos t entre paréntesis. El contraste ADF de los residuos de la relación de largo plazo se ha realizado con un modelo sin constante ni tendencia para el que se presentan los valores críticos entre paréntesis. Y para los contrastes sobre los residuos del modelo MCE entre paréntesis se presenta el *valor p* (probabilidad).

En el segundo panel del Cuadro 4.5 se presentan los resultados de estimar el MCE asociado con (4.3)

$$A(L)\Delta u_t = B(L)\Delta \ln Y_t - \phi \hat{\epsilon}_{t-1} + v_t \quad (4.4)$$

La significatividad del coeficiente del término de corrección de error $\hat{\rho}$ refuerza la hipótesis de que las series están cointegradas y su magnitud indica que la velocidad de ajuste es reducida pues se requerirían en torno a 12,5 (25) trimestres en base 86 (base 95) para cerrar la brecha entre los valores observados y los valores de equilibrio a largo plazo. El coeficiente de Okun a corto plazo es 0,32 en base 86 y 0,09 en base 95, aunque en este caso al sumar los dos retardos obtenemos 0,29.

En el último panel del Cuadro 4.5 se presentan los contrastes de normalidad, autocorrelación serial Breusch-Godfrey, heteroscedasticidad condicional autoregresiva y heteroscedasticidad de White que permiten contrastar que los residuos estimados tienen las propiedades deseables. Por último, se presenta el contraste de Ramsey para contrastar que no hay errores de especificación del modelo. Como puede deducirse del Cuadro 4.5. los residuos de nuestro modelo pasan dichos contrastes satisfactoriamente tanto en base 86 como en base 95.

4.2. Estimación de la ley de Okun II

En este apartado, presentamos los resultados obtenidos al estimar una versión generalizada de la ecuación (2.2a') de la sección 2

$$u_t - u_t^* = -\sum_{s=0}^S \lambda_{ys} (\ln Y_t - \ln Y_t^*) + \sum_{p=1}^P \phi_{up} (u_{t-p} - u_{t-p}^*). \quad (4.5)$$

Los componentes cíclicos de las series se han obtenido con el filtro de H-P. Antes de realizar la estimación, hemos realizado los contrastes de raíz unitaria de las variables con los resultados que aparecen en el Cuadro 4.6 que permiten rechazar la hipótesis de existencia de raíces unitarias.

Cuadro 4.6

Ley de Okun II: contrastes de raíz unitaria

Variable	Tipo de modelo / retardos	Estadístico ADF	Valores críticos (5%)
Base 1986			
$u_t - u_t^*$	sin constante ni tendencia / 2	-3,04	-1,94
$\ln Y_t - \ln Y_t^*$	sin constante ni tendencia / 2	-2,55	-1,94
Base 1995			
$u_t - u_t^*$	sin constante ni tendencia / 2	-3,17	-1,94
$\ln Y_t - \ln Y_t^*$	sin constante ni tendencia / 1	-2,60	-1,94

Al estimar la ecuación (4.5) sin retardos obtenemos unos coeficientes de Okun no muy alejados de los estimados en el apartado anterior, aunque no pueden aceptarse por la presencia de autocorrelación en los residuos.³⁵

Base 86	Base 95
$u_t - u_t^* = -0,98(\ln Y_t - \ln Y_t^*)$ (-16,06) AR ² =0,74, DW = 0,29	$u_t - u_t^* = -0,74(\ln Y_t - \ln Y_t^*)$ (-11,28) AR ² =0,59, DW = 0,95

En el Cuadro 4.7 se presentan los resultados obtenidos al estimar la especificación general (4.5). Los valores estimados indican una respuesta a corto plazo del desempleo de -0,23 (-0,10) en base 86 (base 95), muy similar al obtenido con el MCE en el apartado anterior. La respuesta a largo plazo es 1,06 (0,64) en base 1986 (1995), algo mayor (menor) que la obtenida al estimar la relación a largo plazo en el apartado anterior. Por lo demás, los contrastes de los residuos presentan las propiedades deseables y el modelo supera el contraste de especificación de Ramsey, aunque los resultados son menos satisfactorios cuando usamos datos de la producción en base 95.

Cuadro 4.7

Estimación Ley de Okun II

	Base 1986	Base 1995
$u_{t-1} - u_{t-1}^*$	1,19 (11,43)	1,25 (11,22)
$u_{t-2} - u_{t-2}^*$	-0,41 (-4,72)	-0,16 (-0,92)
$u_{t-3} - u_{t-3}^*$		-0,25 (-2,48)
$\ln Y_t - \ln Y_t^*$	-0,23 (-4,91)	-0,10 (-2,92)
	AR ² = 0,95 DW = 2,14	AR ² = 0,95 DW = 2,09
	Contrastes	
χ^2 Normalidad (Jarque-Bera)	3,70 (0,16)	8,53 (0,01)
Autocorrelación serial Breusch-Grodfrey (hasta orden 4)	1,74 (0,15)	2,03 (0,10)
Heteroscedasticidad condicional autoregresiva (hasta orden 4)	0,76 (0,55)	0,27 (0,90)
Heteroscedasticidad de White	0,54 (0,78)	0,49 (0,86)
Contraste de Ramsey	0,04 (0,85)	0,09 (0,76)

Nota: para los coeficientes estimados se presentan los estadísticos *t* y para los contrastes de los residuos, el valor *p*.

³⁵ Los contrastes de causalidad tipo Granger son muy parecidos y los hemos omitido.

4.3. Estimación de la ley de Okun III

En este apartado estimamos la ecuación

$$\ln e_t = \gamma_0 + \rho \ln Y_t - (\rho g^{Y^P}) \cdot t + \gamma_1 t + \gamma_2 D t \quad (4.6)$$

similar a la (2.3) de la sección 2. A la vista de la evolución de la tasa de paro en España, hemos introducido en la relación de largo plazo, una variable ficticia, D , que capta la presencia de una ruptura estructural en la serie y que toma el valor 1 desde 1976:3 hasta 1985:2 y 0 para las restantes observaciones.

En el Cuadro 4.8 se incluyen los resultados del contraste de estacionariedad que permiten concluir que la tasa de empleo es $I(1)$ y su variación $I(0)$.

Cuadro 4.8
Ley de Okun III: contrastes de raíz unitaria

	Modelo/retardos	Estadístico ADF Base 1986	Valores críticos (5%)	Estadístico ADF Base 1995	Valores críticos (5%)
$\ln e_t$	con constante / 2	-2,81	-2,90	-2,65	-2,90
$\Delta \ln e_t$	sin constante ni tendencia / 1	-1,99	-1,94	-2,35	-1,94

En primer lugar, presentamos los resultados obtenidos al estimar la ecuación (2.3b) que excluye la posible ruptura en la tendencia recogida en (4.6).³⁶ Los valores estimados del coeficiente de la producción son algo superiores a 1, aunque de nuevo la presencia de autorcorrelación en los residuos resta fiabilidad a estos valores.

Base 86	Base 95
$\ln e_t = -5,02 - 0,01 + 1,08 \ln Y_t$ (-7,84) (-18,76) (14,87) $AR^2=0,89$, $DW = 0,04$	$\ln e_t = -17,62 - 0,01 + 1,22 \ln Y_t$ (-8,65) (-10,97) (10,82) $AR^2=0,58$, $DW = 0,18$

Al estimar la especificación ADL de la ecuación (2.3b), hemos obtenido un coeficiente a corto plazo de 0,43 (0,41) y a largo plazo de 1,17 (1,02) en base 86 (base 95). Estos resultados, además de ser del mismo orden de magnitud, tampoco difieren mucho de los obtenidos en los apartados anteriores.

³⁶ Se omiten también en este caso los resultados del contraste de causalidad en el sentido de Granger que son también muy similares a los incluidos en el Cuadro 4.4.

Cuadro 4.9
Estimación Ley de Okun III

	Base 1986	Base 1995
Relación de largo plazo		
Constante	-3,81 (-6,95)	-16,65 (-10,61)
T	-0,01 (-15,59)	-0,01 (-12,01)
D	0,11 (12,15)	0,13 (6,58)
$D \cdot t$	-0,002 (-7,15)	-0,002 (-3,43)
$\ln Y_t$	0,94 (14,99)	1,17 (13,38)
	AR ² = 0,96 DW=0,17	AR ² =0,80 DW=0,43
Contraste ADF de $\hat{\varepsilon}$	-2,32 (-1,94)	-1,88 (-1,94)
Modelo MCE		
Constante	-0,003 (-3,28)	-0,002 (-2,96)
$\Delta \ln Y_t$	0,39 (3,60)	0,11 (2,34)
$\Delta \ln Y_{t-1}$		0,13 (2,44)
$\Delta \ln Y_{t-2}$		0,13 (2,66)
$\Delta \ln e_{t-1}$	0,43 (4,11)	0,48 (4,54)
$\Delta \ln e_{t-2}$	0,26 (2,58)	0,20 (1,94)
$\hat{\varepsilon}_{t-1}$	-0,07 (-2,32)	-0,04 (-1,60)
	AR ² = 0,71, DW=2,04	AR ² = 0,70 DW=1,96
Contrastes		
χ^2 Normalidad (Jarque-Bera)	1,28 (0,53)	2,51 (0,29)
Autocorrelación serial Breusch-Grodfrey (hasta orden 4)	0,82 (0,52)	0,59 (0,67)
Heteroscedasticidad condicional autoregresiva (hasta orden 4)	0,20 (0,94)	0,21 (0,93)
Heteroscedasticidad de White	0,40 (0,92)	0,45 (0,94)
Ramsey	0,18 (0,68)	0,65 (0,42)

En el Cuadro 4.8 presentamos los resultados obtenidos al estimar la relación de largo plazo (4.6), el MCE asociado y los contraste de normalidad, autocorrelación, heteroscedasticidad y

especificación. El contraste de raíz unitaria de los residuos de la relación a largo plazo permite rechazar la hipótesis de no cointegración en base 86, aunque no podemos decirlo con la misma rotundidad en base 95. El coeficiente de Okun estimado a largo plazo, es 0,94 (1,17) en base 86 (base 95) y el término de corrección de error es significativo y muy similar en magnitud al obtenido cuando estimamos la relación de largo plazo de la versión Okun I. El coeficiente de Okun a corto plazo que proporciona el MCE es 0,39 en base 86 y 0,11 en base 95, aunque en este caso también aparecen dos retardos más y la suma de todos ellos es 0,37. Los contrastes incluidos en el tercer panel del Cuadro también nos permiten concluir que los residuos tienen las propiedades deseables.

5. Conclusiones

Los resultados obtenidos al estimar las tres versiones de la ley de Okun para España son bastante robustos. Los coeficientes de Okun a largo plazo estimados con la serie trimestral de producción en base 86 se encuentran en el intervalo (0,72, 1,17) que, además, incluye los coeficientes obtenidos al estimar las tres especificaciones más simples. Las estimaciones en base 95 son desde un punto de vista estadístico menos satisfactorias, el intervalo (0,64, 1,17) es algo más amplio y, aunque no sea especialmente relevante, no incluye en el caso de la ley Okun I el valor estimado con la especificación básica. El coeficiente a corto plazo, se sitúa en torno a 0,3 en casi todos los casos, si tenemos en cuenta los coeficientes de los dos primeros retardos que aparecen tanto en las estimaciones ADL como MCE. En conjunto, estos resultados son mucho más satisfactorios que las recientes estimaciones analizadas en el apartado 4.1.

La ley de Okun II se ha estimado con los componentes cíclicos obtenidos con el filtro H-P. Lee, 2000, lo emplea, al tiempo que advierte de los peligros que su uso puede ocasionar (pág. 35). Puesto que los resultados que hemos obtenido al utilizar el filtro son los peores, consideramos una extensión natural de este trabajo emplear otros filtros como el de Beveridge y Nelson, o incluso la incorporación de una curva de Phillips para identificar los componentes cíclicos de la producción y el desempleo.

En el ámbito uniecuacional, hay otras dos cuestiones que nos gustaría abordar en el futuro inmediato. Primero, el contraste de la asimetría en las dos variantes expuestas en la sección 3: la clásica de Palley y Lee y la más novedosa de Harris y Silvestone. Segundo, querríamos estimar formulaciones de la ley incluyendo otras variables “relevantes”, como la capacidad de utilización, las horas trabajadas y los activos, destacadas por Prachowny y sólo parcialmente tenidas en cuenta por Attfield y Silverstone. Finalmente, los contrastes de causalidad tipo Granger realizados indican que aunque no se puede rechazar que la tasa de crecimiento causa la variación de la tasa de paro,

tampoco se puede rechazar la implicación contraria, circunstancia que justificaría la estimación de un modelo VAR

6. Referencias

- Abel, A. y B. S. Bernanke, 2004, *Macroeconomía*, 4ª edición. Pearson Educación S.A.: Madrid.
- Adams, Ch., y D. T. Coe, 1989, “A Systems Approach to Estimating the Natural Rate of Unemployment and Potential Output for the United States”, *IMF Working Paper 89/89*
- Adanu, K., 2002, “A Cross-Province Comparison of Okun’s Coefficient for Canada”, Working Paper EWP 0204, University of Victoria, págs. 1-22.
- Altig, D., T. Fitzgerald y P. Rupert, 1997, “Okun’s Law Revisited: Should We Worry about Low Unemployment”, Federal Reserve Bank of Cleveland, *Economic Commentary*, 15 May.
- Apel, M. y P. Jansson, 1999a, “System Estimates of Potential Output and the NAIRU”, *Empirical Economics*, vol. 34, págs. 373-388.
- Apel, M. y P. Jansson, 1999b, “A Theory-Consistent Approach for Estimating Potential Output and the NAIRU”, *Economic Letters*, vol. 64, 271-275.
- Attfield, C. L. F. y B. Silverstone, 1997, “Okun’s Coefficient: a Comment.” *The Review of Economics and Statistics*, vol. 79, págs. 326-329.
- Attfield, C. L. F. y B. Silverstone, 1998, “Okun’s Law, Cointegration and Gap Variables”, *Journal of Macroeconomics*, vol. 20, nº. 3, págs. 625-637.
- Blackley, P. R., 1991, “The Measurement and Determination of Okun’s Law: Evidence from State Economies.” *Journal of Macroeconomics*, vol. 13, no. 4, págs. 641-656.
- Blanchard, O, 1989, “A Traditional Interpretation of Macroeconomic Fluctuations”, *American Economic Review*, vol. 79, nº. 5, págs. 1146-1164.
- Blanchard, O., 2000, *Macroeconomía*, 2ª edición. Pearson Educación S.A.: Madrid.
- Blanchard, O. y D. Quah, 1989, “The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances”, *American Economic Review*, 79, 4, págs. 655-673.
- Blinder, A. S., 1997, “Is There a Core of Practical Macroeconomics that We Should All Believe?”, *American Economic Review*, vol. 87, nº.2, págs. 240-243.
- De Long, B. J., 2003, *Macroeconomía*. McGraw-Hill: Madrid.
- Dickey, D. y W. A. Fuller, (1981), “Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Econometrica*, 49, 4, págs. 1057-1072.

- Enders, W. y C. W. J. Granger, 1998, "Unit root tests and Asymmetric Adjustment with an Example Using the Term Structure of Interest Rates", *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 3, págs. 304-311.
- Enders, W. y P. L. Siklos, 2001, "Cointegration and Threshold Adjustment", *Journal of Business and Economic Statistics*, 19, 2, págs. 166-176.
- Engle, R. F. y C. W. J. Granger, 1987, "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing", *Econometrica*, vol. 55, no.2, págs. 251-276.
- Evans, G. W., 1989, "Output and Unemployment Dynamics in the United States: 1950-1985", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 4, págs. 213-237.
- Freeman, D. G., 2000, "Regional Tests of Okun's Law", *International Advances in Economic Research*, vol. 6, nº. 3, págs. 557-570.
- Friedman, B. y M. Watcher, 1974, "Unemployment: Okun's Law, Labor Force and Productivity", *Review of Economics and Statistics*, vol. 56, nº. 2, págs. 167-176.
- Fuller, W. A., 1976, *Introduction to Statistical Time Series*, Wiley, New York.
- Harris, R., 1995, *Cointegration Analysis in Econometric Modelling*, Prentice Hall, Great Britain.
- Gordon, R. J., 1984, "Unemployment and Potential Output in the 1980s." *Brooking Papers on Economic Activity*, 2, págs. 537-586.
- Granger, C. y T. Teräsvita, 1993, *Modelling Non-linear Relationships*, Oxford University Press.
- Hamada, K. y Y. Kurosaka, 1984, "The Relationship between Production and Unemployment in Japan: Okun's Law in Comparative Perspective" *European Economic Review*, 25, 1, págs. 71-94.
- Harris, R., 1995, *Cointegration Analysis in Econometric Modelling*, Prentice Hall, Great Britain.
- Harris, R. y B. Silverstone, 2001, "Testing for Asymmetry in Okun's Law: A Cross Country Comparison.", *Economics Bulletin*, 5, págs. 1-13.
- Hodrick, R. y E. C. Prescott, 1997, "Post-war US Business Cycle: an Empirical Investigation", *Journal of Money, Credit and Banking*, págs.1-16.
- Kaufman, R. T., 1988, "An International Comparison of Okun's Laws", *Journal of Comparative Economics*, 12, págs. 182-203.
- Knoester, A., 1986, "Okun's Law Revisited", *Weltwirtschaftliches Archiv*, 122, págs. 657-666.
- Leal, T., J. J. Pérez, y J. Rodríguez, 2002, "Pautas cíclicas de la economía andaluza en el período 1984-2001: un análisis comparado", D.T. E2002/18, centrA, págs. 1-37.
- Lee, J., 2000, "The Robustness of Okun's Law: Evidence from OECD Countries", *Journal of Macroeconomics*, 22, 2, págs. 331-356.
- Mankiw G. N., 2001, , *Macroeconomía*, 4ª edición. Antoni Bosch, editor: Barcelona.

- Maravall, A. y V. Gómez, 1998, "Seasonal Adjustment and Signal Extraction in Economic Time Series", Banco de España-Servicio de Estudios.
- Mayes, D. G., y M. Virén, 2002, "Asymmetry and the Problem of Aggregation in the Euro Area", *Empirica*, 29, págs. 47-73.
- Moosa, I. A., 1997, "A Cross-Country Comparison of Okun's Coefficient", *Journal of Comparative Economics*, 24, 3, págs. 335-356.
- Okun, A. M., 1962, "Potential GNP: its Measurement and Significance.", *Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association*, págs. 98-104.
- Paddam, M., 1988, "How Much Does One Percent of Growth Change the Unemployment Rate? A Study of 17 OECD Countries", *European Economic Review*, 31, págs. 306-313.
- Palley, T. I., 1993. "Okun's Law and the Asymmetric and Changing Cyclical Behaviour of the US Economy", *International Review of Applied Economics*, vol. 7, págs.144-162.
- Pérez, J. J., J. Rodríguez y C. Usabiaga, 2002, "Análisis dinámico de la relación entre ciclo económico y ciclo del desempleo en Andalucía en comparación con el resto de España", D.T. E2002/07, centrA, págs. 1-29.
- Perry, G. L., 1970, "Labor Force Structure, Potential Output and Productivity", 1971, *Brookings Papers on Economic Activity*, n°. 3, págs. 533-565.
- Perry, G. L., 1971, "Potential Output and Productivity", *Brookings Papers on Economic Activity*, n°. 1, págs. 11-47.
- Prachowny, M. F. J., 1993, "Okun's Law: Theoretical Foundations and Revised Estimates." *The Review of Economics and Statistics*, vol. 75, n°. 2, págs. 331-336.
- Riera, M. C., 2001, "La llei d'Okun. Una aplicació per Espanya." *Revista Econòmica de Catalunya*, n°. 43, págs. 27-36.
- Schnabel, G., 2002, "Output trends and Okun's Law", Bank for International Settlements, BIS Working Papers, n°. 111.
- Virén, M., 2001, "The Okun Curve is Non-linear." *Economics Letters*, vol. 70, págs. 253-257.
- Weber, C. E., 1995, "Cyclical Output, Cyclical Unemployment and Okun's Coefficient: A New Approach", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 10, págs. 433-445.